Wissen und Können	Aufgaben, Beispiele und Erläuterungen
Reelle Zahlen, n. Wurzel	
Irrationale Zahlen sind Zahlen, die nicht als Bruch (rationale Zahl) darstellbar sind. Eine irrationale Zahl hat eine unendliche nicht periodische Dezimalbruchentwicklung. Die rationalen Zahlen und die irrationalen Zahlen ergeben zusammen die reellen Zahlen. Es ergeben sich damit folgende Zahlenmengen: $\mathbb{N}$: Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{Z}$: Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Q}$: Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{R}$: Menge der reellen Zahlen	Bsp.: Die Diagonale eines Quadrates mit der Seitenlänge 1 hat die Länge $\sqrt{2}$. Die Kreiszahl $\pi\ (=3{,}141592654...)$ ist eine irrationale Zahl.
$\sqrt{a}$ heißt Quadratwurzel aus a, a ist der Radikand. $\sqrt{a}$ ist diejenige **nicht negative Zahl**, die quadriert a ergibt.	Bsp.: $\sqrt{81}=9$; $\sqrt{0}=0$; $\sqrt{90}=3\sqrt{10}=9{,}48683...\approx 9{,}5$; $-\sqrt{49}=-7$; **Aber:** $\sqrt{-49}$ ist nicht definiert!
Rechenregeln (vgl. Potenzgesetze): $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$; $\sqrt{n^2\cdot a}=n\cdot\sqrt{a}$ **(teilw. Radizieren)** $\sqrt{a:b}=\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{a}:\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(a\geq 0 \text{ und } b>0)$ $\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert=\begin{cases}-a, & \text{falls } a<0\\ a, & \text{falls } a\geq 0\end{cases}$ $\sqrt{(x+y)^2}=\lvert x+y\rvert$; $\sqrt{(x-y)^2}=\lvert x-y\rvert$ **(Bin. Formeln)** $\frac{2}{\sqrt{a}}=\frac{2\ \sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$ **(Rationalmachen des Nenners)**	Bsp.: $\sqrt{144x^4}=\sqrt{144}\cdot\sqrt{x^4}=12\cdot x^2=12x^2$; $\sqrt{5u}\cdot\sqrt{180u}=\sqrt{5u\cdot180u}=\sqrt{900u^2}=30\lvert u\rvert$ $\sqrt{96r^7}=\sqrt{16r^4\cdot6r^3}=\sqrt{16r^4}\cdot\sqrt{6r^3}$ $=4r^2\cdot\sqrt{6r^3}=4\sqrt{6}\,r^2\sqrt{r^3}$ $\sqrt{13xz^7}:\sqrt{832xz}=\sqrt{\frac{13xz^7}{832xz}}=\sqrt{\frac{z^6}{64}}=\frac{\sqrt{z^6}}{\sqrt{64}}=\frac{\lvert z^3\rvert}{8}$ **Aufgaben**: $\sqrt{12x^3}\cdot\sqrt{3x}=$; $\sqrt{88x^3y}:\sqrt{11x^5y^2}=$; $\sqrt{z^{10}}=$; $\sqrt{(a-b)^4}=$; **(L1)**
n-te Wurzeln: $\sqrt[q]{a^p}=a^{\frac{p}{q}}$ $(p\in\mathbb{Z};\ q\in\mathbb{N})$ $\frac{1}{\sqrt[q]{a}}=a^{-\frac{1}{q}}$ $(q\in\mathbb{N})$	Bsp.: $\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$; $x^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{x}$; $5^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{5}$; $5^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$; $5^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$ $\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2^{\frac{3}{3}}=2^1=2$ **Aufgaben**: Schreibe als Potenz: $\sqrt[6]{x^3}=$; $\sqrt[3]{x^6}=$; $\sqrt[3]{x^{-6}}=$ Schreibe als Wurzel: $z^{\frac{2}{5}}=$; $z^{-\frac{2}{5}}=$; $z^{-\frac{1}{2}}=$ **(L2)**
Potenzgesetze (Wdhg. 7.Klasse): $a^r\cdot a^s=a^{r+s}$ und $a^r:a^s=a^{r-s}$ $a^r\cdot b^r=(a\cdot b)^r$ und $a^r:b^r=(a:b)^r$ $(a^r)^s=a^{r\cdot s}$	**Aufgaben**: $7^{\frac{9}{2}}\cdot49^4=$; $2^{-\frac{5}{3}}\cdot2^{\frac{5}{3}}=$; $2^{\frac{5}{3}}\cdot7^{\frac{5}{3}}=$; $\left(\frac{4^{\frac{2}{3}}}{2^3}\right)^{\frac{1}{5}}=$ **(L3)**

Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Eine Funktion der Form $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ heißt **quadratische Funktion** (in Normalenform). Ihr Graph ist eine Parabel. Der Graph der Funktion $y = x^2$ heißt Normalparabel.

Weitere Schreibweisen für quadratische Funktionen:

Scheitelform:

$$y = a(x-d)^2 + e\ ,\ \left(\text{mit Scheitel } S(d|e)\right)$$

Ausgehend von der Normalparabel gibt **d** die Verschiebung des Scheitels in x-Richtung, **e** die Verschiebung des Scheitels in y-Richtung an.

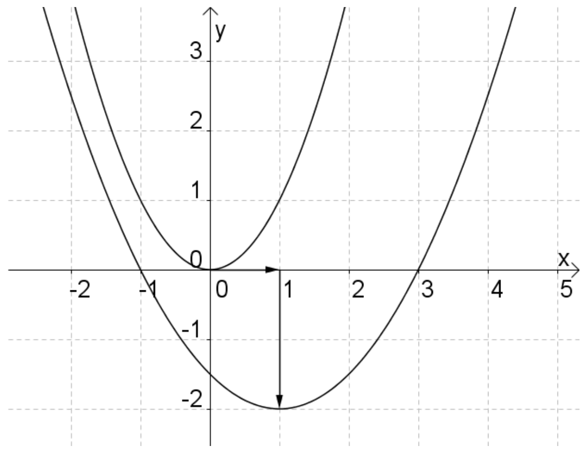
Nullstellenform (falls Nullstellen vorhanden sind):

$$y = a(x-x_1)\cdot(x-x_2),\ \ (x_1 \text{ und } x_2 : \text{Nullstellen})$$

Der Formfaktor **a** hat folgenden Einfluss auf die Öffnung der Parabel:

$a > 0$: Die Parabel ist nach oben geöffnet.
$a < 0$: Die Parabel ist nach unten geöffnet.
$|a| > 1$: Die Parabel ist enger als die Normalparabel.
$|a| < 1$: Die Parabel ist weiter als die Normalparabel.

$y = 0,5x^2 - x - 1,5$ mit Scheitel $S(1|-2)$



Scheitelform: $y = 0,5\cdot(x-1)^2 - 2$

Nullstellenform: $y = 0,5\cdot(x+1)\cdot(x-3)$

Normalenform: $y = 0,5x^2 - x - 1,5$

Quadratische Ergänzung:

$y = 2x^2 - 6x - 2 =$
$= 2(x^2 - 3x - 1) =$ Ausklammern
$= 2(x^2 - 3x + \mathbf{2,25} - \mathbf{2,25} - 1) =$ quadrat. Ergänzung

:2; hoch 2

$= 2[(x-1,5)^2 - 3,25] =$
$= 2(x-1,5)^2 - 6,5$ Ausmultiplizieren

Aufgaben:
Bestimme die Scheitelform und die Nullstellenform:

$y = x^2 - 8x + 15$
$y = -0,5x^2 + 2x$
$y = 2x^2 - 4x + 3$
$y = 3x^2 - 3$
$y = 2x^2 + 8x + 6$

(L4)

Eine Gleichung, bei der die Lösungsvariable quadratisch auftritt, heißt **quadratische Gleichung**.

Quadratische Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)$ werden mit der **Lösungsformel für quadratische Gleichungen** gelöst:

$$x_{1/2} = \frac{1}{2a}\cdot\left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}\right)$$

$D = b^2 - 4ac$ heißt Diskriminante.
Dabei hat die quadratische Gleichung

- ✓ 2 Lösungen, wenn $D > 0$
- ✓ 1 Lösung, wenn $D = 0$
- ✓ keine Lösung, wenn $D < 0$

Aufgaben:
Löse die Gleichungen:

$5x^2 - 25x + 30 = 0$
$3x^2 - 4x + 5 = 0$
$0,5x^2 - x = -0,5$
$2s^2 = 2 - 4s$

(L5)

Sonderfälle: Quadratische Gleichungen der Form $ax^2+c=0 \;(a\neq 0)$ werden leichter durch Auflösen und Wurzelziehen gelöst. Quadratische Gleichungen der Form $ax^2+bx=0 \;(a\neq 0)$ werden leichter durch Ausklammern von ax gelöst.	**Aufgaben**: Löse die Gleichungen: $20x^2-4x=0$ $\frac{1}{5}x^2-5=0$ **(L6)**

Gleichungssysteme mit 3 Gleichungen und 3 Unbekannten

<u>Beispiel:</u>

I. 3x + 2y + z = 3
II. x - y + 2z = 6
III. 2x + 2y - z = -2

Eliminiere mit Hilfe von Gleichung I aus den Gleichungen II und III eine Variable (z.B. y) und erhalte zwei neue Gleichungen II‘ und III‘. Verwende das Additionsverfahren.

II‘ = I + 2 II   5x + 5z = 15
III‘ = I - III   x + 2z = 5

Löse das System mit den jetzt nur noch zwei Unbekannten (x und z).

II‘ - 5 III‘   - 5z = - 10
z = 2

in III‘ → x + 4 = 5 → x = 1

beide in I → 3 + 2y + 2 = 3 → 2y = - 2 → y = - 1

Lösungsmenge = { (1 / -1 / 2) }

<u>Aufgabe:</u>
Berechne die Lösungsmenge des Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} 2x - y + 4z &= 5 \\ 5x + 2y - 10z &= 7 \\ 12x - 9y - 8z &= 11 \end{aligned}$$

<u>Ergebnis:</u> Lösungsmenge = { (2 / 1 / 0,5) }

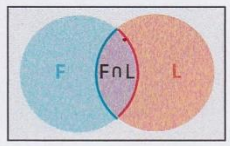
(L7)

Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse

Mengendiagramme und Vierfeldertafeln

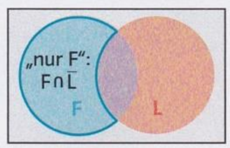
Beispiel: 156 Schüler wurden befragt, ob sie Französisch (F) und/oder Latein (L) haben. Es ergaben sich folgende Ergebnisse:
H(F) = 83, d.h. die absolute Häufigkeit der Schüler mit F beträgt 83.
Ferner: H(L) = 71 und H(L und F) = H $(F \cap L)$ = 22

Die **Schnittmenge F ∩ L** („F geschnitten L") beschreibt das Ereignis, dass ein Jugendlicher Französisch *und* Latein gelernt hat.



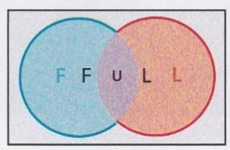
H(F ∩ L) = 22: 22 Jugendliche haben Französisch und Latein gelernt.

Die Schnittmenge $F \cap \overline{L}$ („F geschnitten $\overline{L}$") beschreibt das Ereignis, dass ein Jugendlicher Französisch, nicht aber Latein gelernt hat.



$H(F \cap \overline{L}) = 83 - 22 = 61$ Jugendliche haben nur Französisch und kein Latein gelernt.

Die **Vereinigungsmenge F ∪ L** („F vereinigt L") beschreibt das Ereignis, dass ein Jugendlicher entweder nur Französisch oder nur Latein oder beide Sprachen gelernt hat.



H(F ∪ L) = (83 − 22) + 22 + (71 − 22) = 132 Jugendliche haben entweder Französisch oder Latein oder beides gelernt.

Quelle : Lambacher Schweizer 9 (Mathematik für Gymnasien), Seite 104 und 105 / Klett - Verlag

Die Ergebnisse lassen sich in einer Vierfeldertafel darstellen:

	F	$\overline{F}$	
L	22	49	71
$\overline{L}$	61	24	85
	83	73	156

Die rot gekennzeichneten Werte waren vorgeben.

z.B.: $H(F \cup L)$ = 61 + 22 + 49 = 132

Statt absoluten Häufigkeiten kann man auch relative Häufigkeiten in die Vierfeldertafel eintragen. Die Einträge kann man dabei als Wahrscheinlichkeiten interpretieren.

Bsp.: Relative Häufigkeit von F = h(F) = $\frac{H(F)}{156} = \frac{83}{156} \approx 0{,}532 = 53{,}2\% = P(F)$

	F	$\overline{F}$	
L	14,1%	31,4%	45,5%
$\overline{L}$	39,1%	15,4%	54,5%
	53,2%	46,8%	100%

<u>Aufgabe:</u>

Die 8. Jahrgangsstufe des Albert-Einstein-Gymnasiums besuchen 120 Schüler. Davon sind 60% Mädchen. $\frac{2}{3}$ der Jungen und 25% der Mädchen sind in einem Sportverein.

a) Erstelle eine Vierfeldertafel.

b) Wie viel Prozent der Schüler der 8. Jahrgangsstufe sind in einem Sportverein?

(L8)

Ähnlichkeit und Strahlensätze

Strahlensätze:

Werden zwei Geraden g und h mit dem Schnittpunkt Z von zwei **Parallelen** p_1 und p_2 (die Z nicht enthalten) geschnitten, so gilt:

1.) Je zwei Abschnitte auf g verhalten sich wie die entsprechenden Abschnitte auf h.

$$\overline{ZA} : \overline{AA'} = \overline{ZB} : \overline{BB'}$$

$$\overline{ZA'} : \overline{ZA} = \overline{ZB'} : \overline{ZB}$$

$$\overline{ZA'} : \overline{AA'} = \overline{ZB'} : \overline{BB'}$$

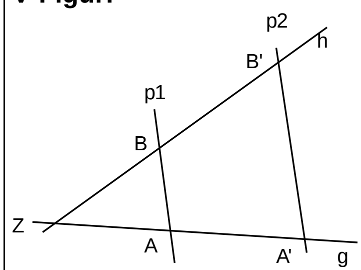
2.) Die Abschnitte auf den Parallelen verhalten sich wie die von Z aus gemessenen Abschnitte auf g oder h.

$$\overline{A'B'} : \overline{AB} = \overline{ZA'} : \overline{ZA}$$

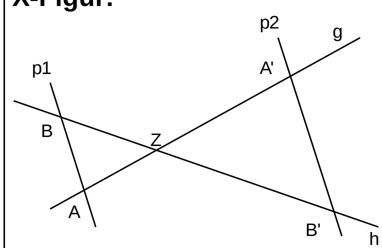
$$\overline{A'B'} : \overline{AB} = \overline{ZB'} : \overline{ZB}$$

Dies gilt für beide Figuren!

V-Figur:

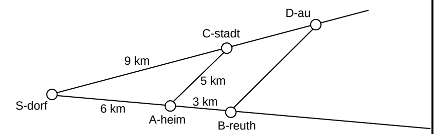


X-Figur:

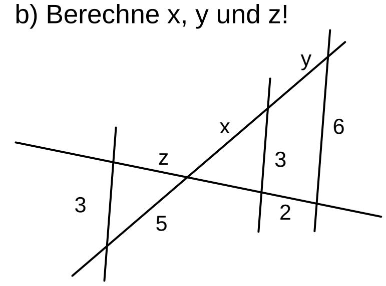


Aufgaben:

a) Berechne wie weit C-stadt von D-au und D-au von B-reuth entfernt sind!



b) Berechne x, y und z!

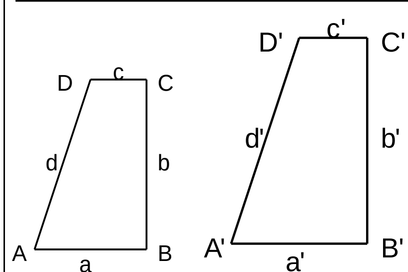


(L9)

Zueinander ähnliche Figuren stimmen in allen entsprechenden Winkeln und in allen Verhältnissen entsprechender Seitenlängen überein.

Zwei Dreiecke sind bereits zueinander ähnlich, wenn sie in zwei Winkeln übereinstimmen.

„maßstäbliches Vergrößern/Verkleinern“



Strecken:

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \ldots = k$$

k heißt Ähnlichkeitsfaktor.

Flächen:

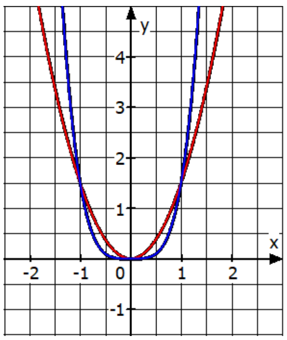
$$A'_{A'B'C'D'} : A_{ABCD} = k^2$$

Volumen: $V' : V = k^3$

Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten

Def.: Eine Funktion f(x) = ax^n ($a \neq 0$) heißt
Potenzfunktion mit Grad n.

Beispiele:



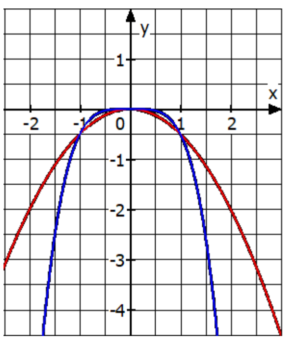
a > 0, n gerade

von links oben nach rechts oben

Wertemenge $\Re_0^+$

$f(x) = 1,5\,x^2$

$g(x) = 1,5\,x^4$



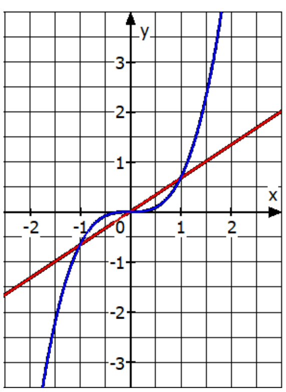
a < 0, n gerade

von links unten nach rechts unten

Wertemenge $\Re_0^-$

$f(x) = -\,0,5\,x^2$

$g(x) = -\,0,5\,x^4$



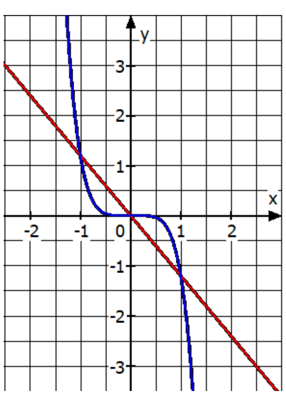
a > 0, n ungerade

von links unten nach rechts oben

Wertemenge $\Re$

$f(x) = \frac{2}{3}x$

$g(x) = \frac{2}{3}x^3$



a < 0, n ungerade

von links oben nach rechts unten

Wertemenge $\Re$

$f(x) = -\,1,2\,x$

$g(x) = -\,1,2\,x^5$

Aufgabe:

Gegeben: $f(x) = 0,5x^2$ und $g(x) = -\,0,2x^3$.

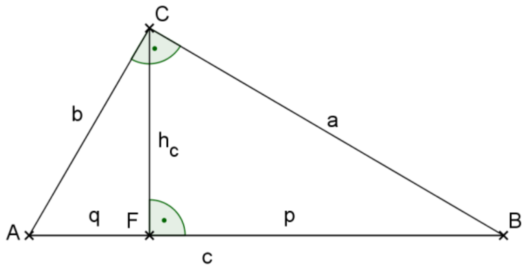
a) Zeichne die Graphen von f und g in ein KoSy.

b) Berechne den Schnittpunkt der beiden Graphen.

(L10)

Satz des Pythagoras

Satz des Pythagoras:



Im **rechtwinkligen Dreieck** mit Hypotenuse c und Katheten a und b gilt:

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{(Satz des Pythagoras)}$$

Aufgaben:

Berechne die Seitenlänge c und den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
Gegeben: rechter Winkel bei B; b = 1,7m ; a = 1,5m

Berechne die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a.

Zeichne die Punkte P(-5|-2) und Q(2|3) in ein Koordinatensystem und bestimme ihren Abstand rechnerisch.

Zeige schrittweise, wie man die Raumdiagonale eines Quaders mit l, b, h berechnen kann.

(L11)

Kehrsatz zum Satz des Pythagoras:
Gilt in einem Dreieck $a^2 + b^2 = c^2$, so besitzt das Dreieck einen rechten Winkel am Punkt C.

Aufgabe: Ist ein Dreieck mit den Seitenlängen a = 13 cm, b = 5 cm und c = 12 cm rechtwinklig?

(L12)

Trigonometrie

Die Seitenverhältnisse im **rechtwinkligen Dreieck** haben besondere Namen:

$$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete des Winkels } \varphi}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete des Winkels } \varphi}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete des Winkels } \varphi}{\text{Ankathete des Winkels } \varphi}$$

Bemerkung: Die Hypotenuse ist immer die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks.

Trigonometrische Formeln:

$$\tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\sin\varphi = \cos(90° - \varphi)$$

$$\cos\varphi = \sin(90° - \varphi)$$

$$(\sin\varphi)^2 + (\cos\varphi)^2 = 1$$

<u>Beispiel:</u> Steigung 8 % auf dem Straßenschild:

$$\tan(\varphi) = 0{,}08 \Rightarrow \frac{\text{Berghöhe}}{\text{Bergbreite}} = 0{,}08$$

$$\text{Berghöhe} = 0{,}08 \cdot \text{Bergbreite}$$

$$\text{Bergbreite: } 750\text{m} \Rightarrow \text{Höhe: } 60\text{m};$$

$$\text{Steigungswinkel: } \varphi \approx 4{,}59°$$

Aufgaben:

In einem bei C rechtwinkligen Dreieck ABC gilt a = 4,2 cm und α=30°: Berechne b und c.

Eine Person der Größe 1,75 m steht im Abstand 150 m vor einem Turm und sieht diesen unter einem Erhebungswinkel (Winkel gegen die Horizontale) von 42°. Berechne die Turmhöhe. (Rechne mit Augenhöhe 1,60m.)

Berechne die Bogenlänge und den Flächeninhalt eines Kreissektors zum Mittelpunktswinkel 80° und der Kreissehne der Länge 6 cm.

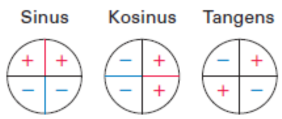
(L13)

Trigonometrie – Sinus und Kosinus am Einheitskreis

2. Sinus-, Kosinus- und Tangenswerte für beliebige Winkel

Sinus-, Kosinus- und Tangenswerte von Winkeln, die größer als 90° sind, lassen sich auf Winkel zwischen 0° und 90° zurückführen:

- Der Quadrant liefert das Vorzeichen:

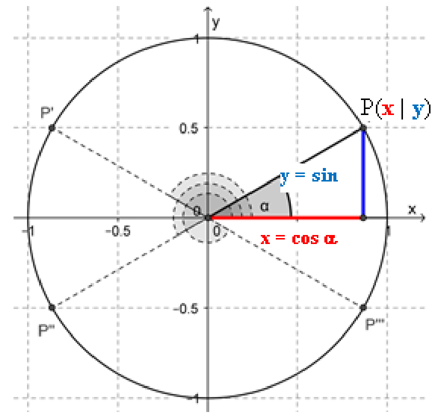


- Die Differenz zwischen dem Winkel und 180° bzw. zwischen 360° und dem Winkel liefert den zugehörigen spitzen Winkel.

Bsp:

sin 120° = +sin (180°– 120°) = sin 60° = $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

cos 240° = –cos (240°–180°) = –cos 60° = $-\frac{1}{2}$



Für welche Winkel $\alpha \in [0°; 360°[$ ist sin α = 0,6?

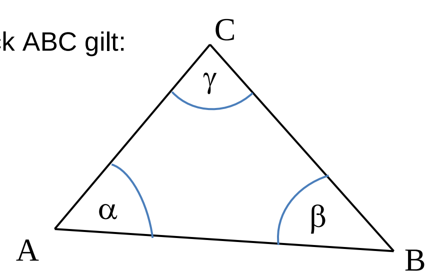
→ Da der Sinuswert 0,6 positiv ist, müssen die Winkel α im I. bzw. II. Quadranten liegen. Der TR liefert das Ergebnis $\alpha \approx 36{,}9°$.

→ Eine weitere Lösung ist also $\alpha \approx 180° - 36{,}9° = 143{,}1°$ (II. Qu.)

Aufgabe 2: Für welche Winkel $\alpha \in [0°; 360°[$ ist cos α = –0,342?

Sinussatz und Kosinussatz

In jedem Dreieck ABC gilt:



Sinussatz: $\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$

<u>Aufgabe:</u>

Im Dreieck ABC sind gegeben:
b = 70mm, c = 56mm, $\beta = 50°$

Berechne die Winkel γ und α und die Seite a.

<u>Lösung:</u> $\gamma \approx 37{,}8°$, $\alpha \approx 92{,}2°$, a $\approx$ 91,3 cm

(L14)

Lösungen:

L1:

$$\sqrt{12x^3}\cdot\sqrt{3x}=\sqrt{36x^4}=6x^2;\quad \sqrt{88x^3y}:\sqrt{11x^5y^2}=\sqrt{\frac{88x^3y}{11x^5y^2}}=\sqrt{\frac{8}{x^2y}}=\frac{2}{x}\sqrt{\frac{2}{y}}=\frac{2\sqrt{2y}}{xy}$$

$$\sqrt{z^{10}}=\left|z^5\right|;\quad \sqrt{(a-b)^4}=\left|(a-b)^2\right|=(a-b)^2$$

L2:

$$\sqrt[6]{x^3}=x^{\frac{3}{6}}=x^{\frac{1}{2}};\quad \sqrt[3]{x^6}=x^{\frac{6}{3}}=x^2;\quad \sqrt[3]{x^{-6}}=x^{\frac{-6}{3}}=x^{-\frac{6}{3}}=x^{-2}$$

$$z^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{z^2};\quad z^{-\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{z^{-2}}\left(=\frac{1}{\sqrt[5]{z^2}}\right);\quad z^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{z^{-1}}\left(=\frac{1}{\sqrt{z}}\right)$$

L3:

$$7^{\frac{9}{2}}\cdot 49=7^{\frac{9}{2}}\cdot 7^2=7^{4,5+2}=7^{6,5}=7^{\frac{13}{2}}=\sqrt{7^{13}};\quad 2^{-\frac{5}{3}}\cdot 2^{\frac{5}{3}}=2^{-\frac{5}{3}+\frac{5}{3}}=2^0=1;\quad 2^{\frac{5}{3}}\cdot 7^{\frac{5}{3}}=(2\cdot 7)^{\frac{5}{3}}=14^{\frac{5}{3}}=\sqrt[3]{14^5}$$

$$\left(\frac{4^{\frac{2}{3}}}{2^3}\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=\left(\frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^3}\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=\left(2^{\frac{4}{3}-3}\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=\left(2^{-\frac{5}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=2^{-\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=$$

$$=2^{-\frac{1}{3}}\cdot 2^{-3}=2^{-\frac{1}{3}-3}=2^{-\frac{10}{3}}$$

L4:

Normalenform	Scheitelform	Nullstellenform
$y=x^2-8x+15$	$y=(x-4)^2-1$	$y=(x-3)(x-5)$
$y=-0{,}5x^2+2x$	$y=-0{,}5(x-2)^2+2$	$y=-0{,}5x(x-4)$
$y=2x^2-4x+3$	$y=2(x-1)^2+1$	---
$y=3x^2-3$	$y=3x^2-3$	$y=3(x+1)(x-1)$
$y=2x^2+8x+6$	$y=2(x+2)^2-2$	$y=2(x+3)(x+1)$

L5:

$5x^2-25x+30=0 \Rightarrow x_1=2 \quad x_2=3$

$3x^2-4x+5=0 \Rightarrow$ keine Lösung

$0{,}5x^2-x=-0{,}5 \Rightarrow x_{1/2}=1$

$$2s^2=2-4s \Leftrightarrow s^2+2s-1=0 \Rightarrow x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2} \Rightarrow x_{1/2}=\frac{-2\pm2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_1=-1+\sqrt{2} \quad x_2=-1-\sqrt{2}$$

L6:

$20x^2 - 4x = 0; \quad 4x(5x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 0{,}2$

$\frac{1}{5}x^2 - 5 = 0; \quad x^2 = 25 \quad \Rightarrow x_{1/2} = \pm 5$

L7:

$$\begin{array}{rrrr} 2x- & y+ & 4z = & 5 \\ 5x+ & 2y- & 10z = & 7 \\ 12x- & 9y- & 8z = & 11 \end{array}$$

II' = 2 I + II	9x	- 2z =	17
III' = 9 I – III	6x	+ 44z =	34
2 II' – 3 III'		-136z =	-68
		z =	0,5

in II' → 9x – 1 = 17 → 9x = 18 → x = 2

x und z in I : 4 – y + 2 = 5 → y = 1

Lösungsmenge = { (2 / 1 / 0,5) }

L8:

60% von 120 = 72
120 – 72 = 48
$\frac{2}{3}$ von 48 = 32
25% von 72 = 18

a) Vierfeldertafel:

	Mä	Ju	
SV	18	32	50
$\overline{SV}$	54	16	70
	72	48	120

b) Aus Vierfeldertafel ablesen: H(SV) = 50 → in Prozent: $\frac{50}{120} \approx 41{,}7\%$

L9: Zu den Strahlensätzen

a) $\frac{3km}{6km} = \frac{\overline{CD}}{9km} \Leftrightarrow \overline{CD} = 4{,}5km$

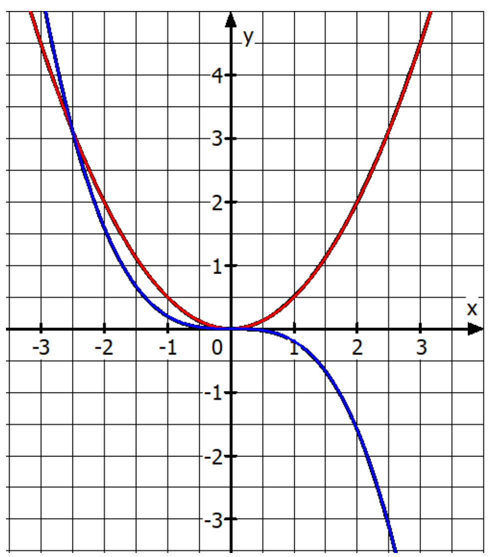
$\frac{\overline{BD}}{5km} = \frac{6km + 3km}{6km} \Leftrightarrow \overline{BD} = 7{,}5km$

b) $\frac{x}{5} = \frac{3}{3} \Leftrightarrow x = 5$; $\frac{y+5}{5} = \frac{6}{3} \Leftrightarrow y = 5$;

$\frac{5}{5} = \frac{z}{2} \Leftrightarrow z = 2$

L10:

a)



b) $f(x) = g(x)$

$0{,}5x^2 = -0{,}2x^3$

$0{,}2x^3 + 0{,}5x^2 = 0$

$0{,}2x^2\,(x + 2{,}5) = 0$

Lösungen: $x_1 = 0$; $x_2 = -2{,}5$

$f(0) = 0 \rightarrow S_1\,(0 / 0)$

$f(-2{,}5) = 3\tfrac{1}{8} \rightarrow S_2\,(-2{,}5 / 3\tfrac{1}{8})$

L11:

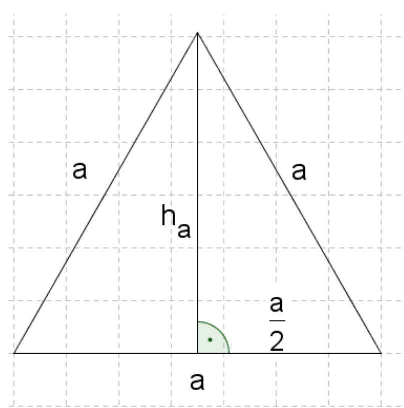
Dreieck

$c = \sqrt{1{,}7^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8\ [\text{m}]$

$A = \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}8 = 0{,}6\ [\text{m}^2]$

gleichseitiges Dreieck

$$h_a = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{3}$$



Abstand von P und Q

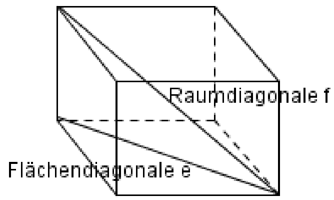
$$d = \sqrt{\left(x_p - x_q\right)^2 + \left(y_p - y_q\right)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74} \approx 8,6\,[LE]$$

Raumdiagonale

$l^2 + b^2 = e^2$

$e^2 + h^2 = f^2$

$\Rightarrow f = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$



L12:

Ein Dreieck mit den Seitenlängen 13cm, 5cm und 12cm besitzt wegen $(12cm)^2 + (5cm)^2 = (13cm)^2$ bei A einen rechten Winkel

L13:

Dreieck

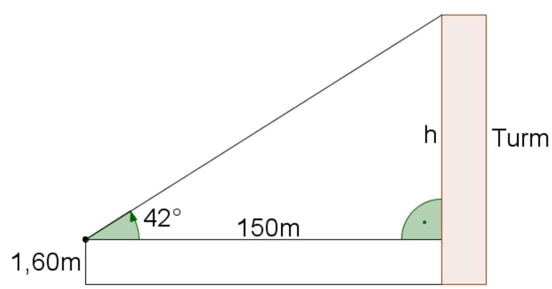
$\sin\alpha = \frac{a}{c} \quad \Rightarrow c = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{4{,}2cm}{\sin 30°} = 8{,}4$ cm

$\cos\alpha = \frac{b}{c} \quad \Rightarrow b = c \cdot \cos\alpha = 7{,}3$ cm

Turmaufgabe

$\tan 42° = \frac{h}{150m} \quad \Rightarrow \quad h = \tan 42° \cdot 150m \approx 135{,}06m$

$135{,}06m + 1{,}60m = 136{,}66m \approx 137m$



L14:

Gegeben: b = 70mm, c = 56mm, $\beta = 50°$

Lösung: $\frac{\sin\gamma}{\sin 50°} = \frac{56\text{mm}}{70\text{mm}}$ → $\sin\gamma = \frac{56\text{mm}}{70\text{mm}} \cdot \sin 50° \approx 0{,}613$ → $\gamma \approx 37{,}8°$

$$\alpha \approx 180° - 50° - 37{,}8° = 92{,}2°$$

$$a^2 = (70\text{mm})^2 + (56\text{mm})^2 - 2 \cdot 70\text{mm} \cdot 56\text{mm} \cdot \cos 92{,}2° \approx 8337\text{mm}^2$$

→ $a \approx 91{,}3\text{mm}$